

Les nombres complexes (3)

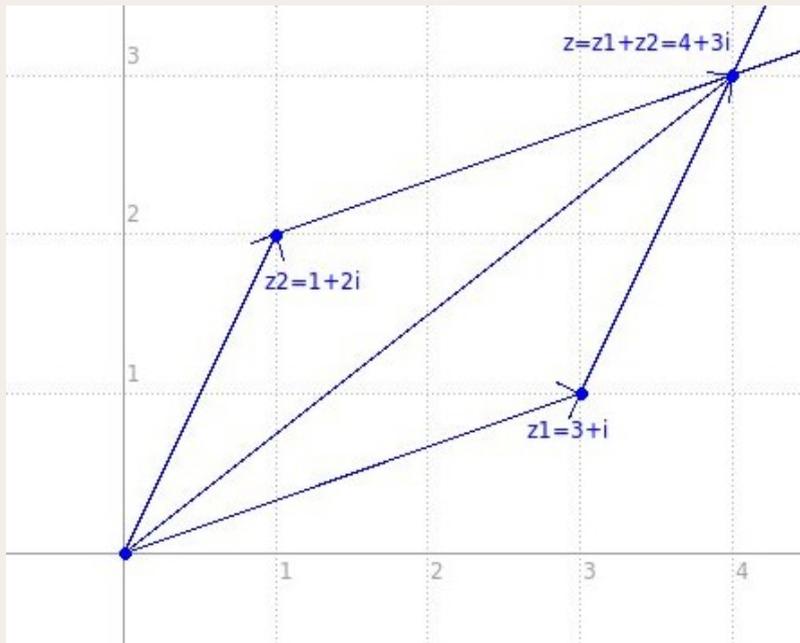
1 Opérations sous la forme trigonométrique:

1.1 Somme:

soit

$$z_1 = 3 + i$$

$$z_2 = 1 + 2i$$



en notation algébrique on obtient la somme:

$$z = z_1 + z_2 = 3 + i + 1 + 2i = 4 + 3i$$

Traçons z d'après ces coordonnées. On obtient un vecteur qui est la somme vectorielle des vecteurs représentant z_1 et z_2 . On aurait pu tracer ce vecteur somme par la méthode du parallélogramme.

Cette approche est utile en électronique par exemple pour comprendre la distribution spectrale d'une porteuse sinusoidale modulée en amplitude, faisant apparaître les bandes latérales. On verra ça plus tard.

2 Produit:

$$z = z_1 \cdot z_2 = \rho_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) \times \rho_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

$$z = \rho_1 \rho_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + i \sin \theta_1 \cos \theta_2 + i \sin \theta_2 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \sin \theta_2)$$

on notera ci-dessus l'apparition du signe (-) remplaçant i^2

$$z = \rho_1 \rho_2 [\cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 + i (\sin \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_2 \cos \theta_1)]$$

une petite application des règles de trigonométrie ($\cos(a + b)$ ainsi que $\sin(a + b)$) donne:

$$z = \rho_1 \rho_2 [\cos (\theta_1 + \theta_2) + i (\sin (\theta_1 + \theta_2))]$$

On voit que:

Le produit de deux nombres complexes a comme module le **produit des modules** et comme argument la **somme des arguments**.

$$[\rho_1, \theta_1] \times [\rho_2, \theta_2] = [\rho_1 \rho_2, \theta_1 + \theta_2]$$

Quand je vous disais que la multiplication était plus simple sous cette forme...

On remarque aussi que les formules de trigo servent à quelque chose...