Solution des équations de Maxwell

1 Rappel des équations d'ondes électromagnétiques :

Nous avons trouvé par le calcul que les champs électriques et magnétiques dans le vide, loin de toutes charges, obéissent aux équations d'ondes suivantes, qui sont dites équations de d'Alembert scalaires :

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

$$\Delta\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0 \tag{2}$$

Ces deux équations sont identiques, au type de champ près.

Elles peuvent se développer ainsi :

$$\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{3}$$

C'est une équation d'onde en trois dimensions d'espace et une de temps. Sa grande symétrie, à peine perturbée pas un facteur $\frac{-1}{c^2}$ qui permet à la dimension temporelle de se distinguer des trois dimensions d'espace, est remarquable.

2 Résolution de l'équation d'onde

2.1 Champ nul

Une solution évidente de l'équation $\frac{\partial^2 \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{\boldsymbol{E}}}{\partial t^2} = 0$ est $\vec{E} = \vec{0}$ lorsque le champ électrique est partout nul dans l'espace considéré (comme par exemple à l'intérieur d'un volume ne contenant aucune charge délimité par une surface conductrice, communément appelé « cage de Faraday »).

2.2 Champ constant

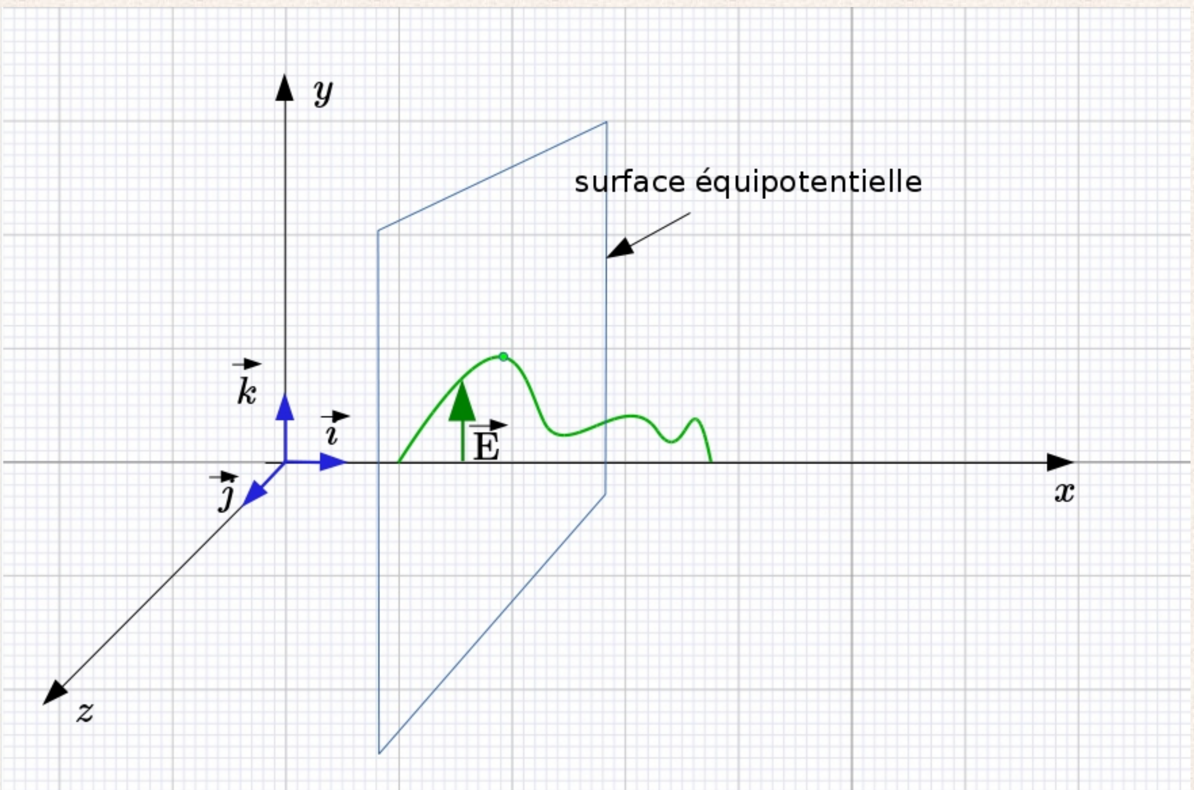
Une seconde solution est un champ constant dans l'espace et dans le temps : toutes les dérivées partielles s'annulent et la somme est bien nulle. Cette solution est intéressante parce qu'elle va nous permettre de résoudre l'équation d'onde dans un cas plus simple que le cas général où $\vec{E}$ varie suivant tous les axes.

2.3 Onde plane

Nous allons nous placer dans le cas où le champ électrique ne varie que suivant une seule direction, qui **en orientant judicieusement les axes du repère** cartésien peut se ramener au cas ou $\vec{E}$ ne varie que suivant l'axe x, c'est à dire que $\vec{E}$ a la même valeur en tout points d'un plan orthogonal à l'axe x, et que si on le mesure sur un autre plan orthogonal à x, donc un plan parallèle au premier, mais décalé suivant l'axe des x, on trouvera une valeur différente, mais identique pour tous les points constituant ce deuxième plan.

Il s'agit alors d'une onde plane se propageant (comme nous allons le voir) dans la directions des x. A un instant donné, pour tous les points situés à une même abscisse x le champ est identique (je n'emploie pas le mot « constant » parce que justement cette valeur identique n'a aucune raison d'être constante dans le temps). Ces points équipotentiels (nous avons abordé cette notion dans un article précédent) forment donc un plan orthogonal à l'axe des x.

Ajoutons comme hypothèse que le vecteur $\vec{E}$ soit orienté suivant l'axe y (on dit que l'onde est polarisée rectilignement suivant l'axe $0y$) Ce qui peut s'obtenir simplement en orientant judicieusement le repère.



Munissons ce repère des vecteurs unitaires $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ sur les axes x,y,z respectivement.

Dans ce cas nous avons :

$\vec{E}\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y \\ E_z = 0 \end{cases}$

$\vec{E} = 0\times\vec{i} + E_y\vec{j} + 0\times\vec{k} = E_y\vec{j}$

$\frac{\partial}{\partial y}\vec{\boldsymbol{E}} = 0$ ($\vec{\boldsymbol{E}}$ est de même valeur partout dans le plan $y0z$) $\rightarrow \frac{\partial^2}{\partial y^2}\vec{\boldsymbol{E}} = 0$

$\frac{\partial}{\partial z}\vec{\boldsymbol{E}} = 0$ ($\vec{\boldsymbol{E}}$ est de même valeur partout dans le plan $y0z$) $\rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2}\vec{\boldsymbol{E}} = 0$

et donc l'équation de d'Alembert se simplifie en:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0 \tag{4}$$

(Le premier terme qui était le laplacien $\Delta\vec{\boldsymbol{E}}$ est devenu une simple dérivée du second ordre sur une seule composante du vecteur).

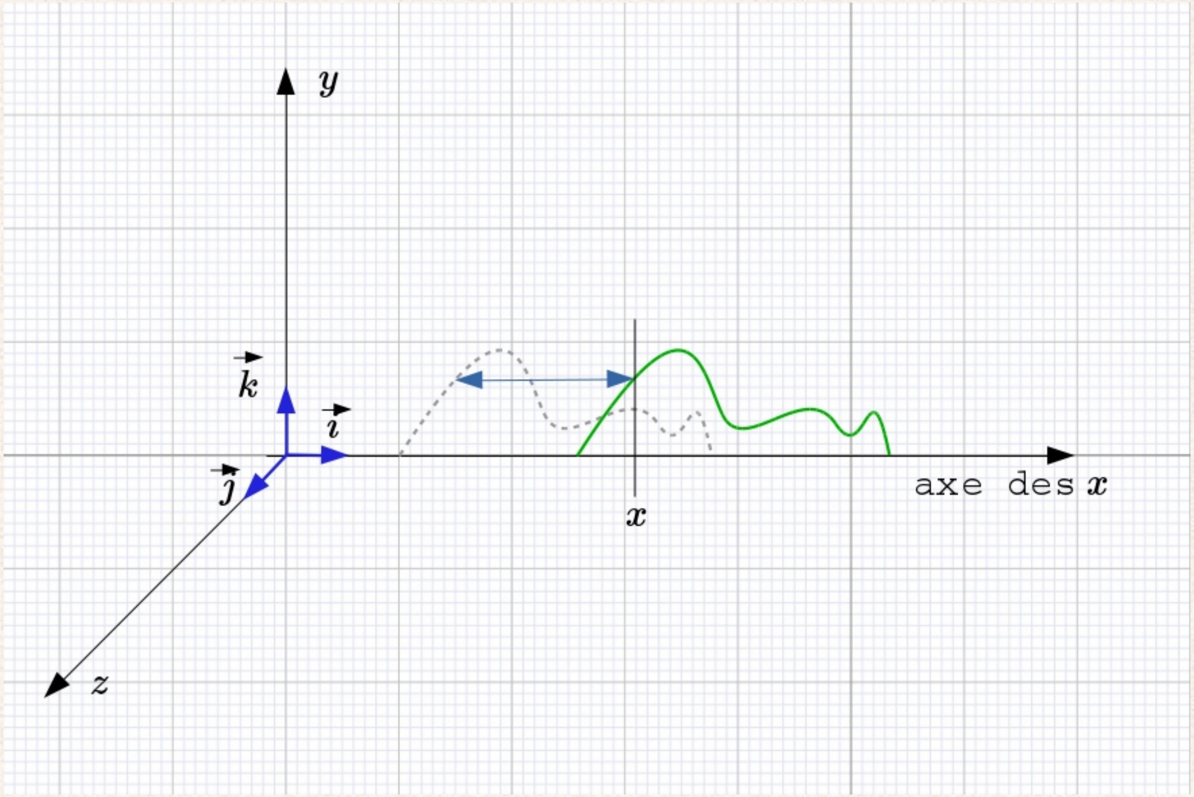
2.3.1 Calcul de la solution : onde plane progressive

Considérons une fonction (presque) quelconque $f_+(x,t)$ telle que :

$$f_+(x,t) = f_+(x-vt,0)$$

La fonction f_+ se translate dans l'espace.

Plaçons nous **en une position fixe** par rapport à x, et voyons comment évolue la fonction.



Au temps t elle prend en x la valeur qu'elle avait au temps $t_0 = 0$ à l'abscisse $x - vt$

(vt produit d'une vitesse par un temps est une longueur)

$$f_+(x,t) \;=\; f_+(x - vt, 0)$$

Une onde de la forme $f_+(x - \mathrm{ct})$ est dite *onde plane progressive*.

– dérivons deux fois f par rapport à x

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial x^2} f_+(x,t) &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_+(x - vt, 0) \\ &= f''_+(x - vt, 0)\end{aligned}$$

– dérivons maintenant $(f_+(x - vt, 0)$ par rapport à t

$$\frac{\partial}{\partial t}(f_+(x - vt, 0) = -v f_+(x - vt, 0)$$

– dérivons une seconde fois par rapport à t

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(f_+(x - vt, 0) = v^2 f_+(x - vt, 0)$$

remarque : une fonction $g(x,\, t)$ telle que $g(x,\, t) = g(x + vt)$ aboutit au même résultat. On écrit généralement $f_+(x - vt)$ et $f_-(x + vt)$ ces deux fonctions. D'où le petit (+) en indice dans les lignes précédentes.

nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f_+ \; = \; v^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} f_+$$

ou encore :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f_+ - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f_+ \; = \; 0$$

Cette fonction f_+ telle qu'elle a été choisie est donc solution de notre équation :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \; = \; 0$$

à la condition que $v = c$.

La vitesse de déplacement du signal électromagnétique est c, *la vitesse de la lumière*.

Un solution plus générale de l'équation est la somme de f_+ et f_-

On la note généralement $\phi = f_+ (x - \mathrm{ct}) + f_- (x + \mathrm{ct})$

Les *variations* du champ électrique $\vec{\boldsymbol{E}}$ se déplacent, accompagnées de variations du champ magnétique $\vec{\boldsymbol{B}},$ à la vitesse de la lumière dans le vide.

Nous n'avons fait aucune hypothèse sur la forme de la fonction f ce qui signifie qu'elle n'est pas forcément sinusoïdale, *ni même périodique dans le temps*. Elle est juste **progressive**. Il en est de même pour le champ.

Le champ ne peut être émis que par un déplacement de charges (car la charge se conserve) suivant une fonction arbitraire dépendant du temps. Toutefois les calculs que nous ferons sur le couplage qui existe entre les charges en mouvement et le champ sont plus simples dans le cas de fonctions sinusoïdales dans le temps. Et cela ne pose pas de problème puisque nous savons que n'importe quelle fonction continue périodique peut être obtenue en faisant la somme de fonctions sinusoïdales ou décomposée en fonctions sinusoïdales par la décomposition en série de Fourier (ou remplacée par sa transformée de Fourier si elle n'est pas périodique). La dérivation étant une opération linéaire, les équations de Maxwell sont linéaires, et la décomposition en série de Fourier est permise pour les champs électromagnétiques dans le vide.

2.3.2 Orthogonalité de $\vec{E}$ et de $\vec{B}$

Avant de parler des charges, il nous faut préciser le lien entre le champ $\vec{E}$ et le champ $\vec{B}$ au sein de l'onde électromagnétique. Nous allons montrer qu'ils sont orthogonaux.

Déjà remarquons que le champ électrique $\vec{E}$ peut être produit de deux façons : soit par la présence d'une charge électrique (c'est l'équation $\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$) ou bien par la variation du champ magnétique $\vec{B}$ (c'est l'équation $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$).

Dans le cas qui nous occupe, seule la deuxième façon intervient puisque nous nous plaçons à très grande distance de toutes charges. Le champ électrique est donc uniquement produit par les variations du champ magnétique suivant l'équation :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} \; = \; -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$$

$\vec{\nabla} \wedge \vec{\boldsymbol{E}}$ est le rotationnel de $\vec{\boldsymbol{E}}$, c'est un produit vectoriel de l'opérateur différentiel nabla par le vecteur champ électrique. Nous avons vu lors de l'étude des vecteurs que le produit vectoriel de deux vecteurs est un vecteur orthogonal au plan formé par les vecteurs, il est orthogonal aux deux vecteurs (oui c'est un abus de notation, nabla n'est pas vraiment un vecteur, c'est un opérateur différentiel !) Donc $(\vec{\nabla} \wedge \vec{\boldsymbol{E}})$ est un vecteur orthogonal à $\vec{\boldsymbol{E}}$. De plus nous sommes placés dans le cas où $\vec{\boldsymbol{E}}$ ne varie que suivant l'axe x.

Mais faisons le calcul par les composantes ce qui sera plus rigoureux.

Les composantes du rotationnel étant :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\boldsymbol{E}} = \mathrm{rot}\,\vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y}E_z - \frac{\partial}{\partial z}E_y \\ \frac{\partial}{\partial z}E_x - \frac{\partial}{\partial x}E_z \\ \frac{\partial}{\partial x}E_y - \frac{\partial}{\partial y}E_x \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y}0 - 0 \\ \frac{\partial}{\partial z}0 - \frac{\partial}{\partial x}0 \\ \frac{\partial}{\partial x}E_y - \frac{\partial}{\partial y}0 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial}{\partial x}E_y \end{cases}$$

Mais si E_z n'est pas nul, $\frac{\partial}{\partial y}E_z$ lui, est nul puisque $\vec{E}$ a même valeur partout dans le plan $x0y$, donc en particulier lorsqu'on se déplace suivant y.

$\mathrm{rot}\,\vec{E}$ devient donc $\begin{cases} (\mathrm{rot}\,E)_x = 0 \\ (\mathrm{rot}\,E_y) = 0 \\ (\mathrm{rot}\,E)_z = \frac{\partial}{\partial x}E_y \end{cases}$ sa seule composante non nulle est suivant l'axe des z.

Voyons maintenant ce qu'il en est pour le vecteur $\vec{\boldsymbol{B}}$.

$$\begin{aligned}
\operatorname{rot}\vec{E} = \vec{\nabla} \wedge \vec{\boldsymbol{E}} &= -\frac{\partial}{\partial t}\vec{\boldsymbol{B}} \\
&= \frac{\partial E_y}{\partial x}\vec{k}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x}E_y\vec{k} &= -\frac{\partial}{\partial t}\vec{\boldsymbol{B}} = -\frac{\partial}{\partial t}(B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}) \\
&= -\frac{\partial B_x}{\partial t}\vec{i} - \frac{\partial B_y}{\partial t}\vec{j} - \frac{\partial B_z}{\partial t}\vec{k}\Bigg)
\end{aligned}$$

On identifie (les coefficients des vecteurs $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial B_x}{\partial t} &= 0 \\
\frac{\partial B_y}{\partial t} &= 0 \\
\frac{\partial B_z}{\partial t} &= -\frac{\partial E_y}{\partial x} \qquad (5)
\end{aligned}$$

Donc $\vec{B}$ est orienté suivant l'axe z (du moins ses variations, sa seule composante de $\vec{B}$ qui varie est B_z, les autres composantes de $\vec{B}$ ayant des dérivées partielles temporelles nulles sont constantes, elles pourraient donc ne pas être nulles -mais cela n'a pas d'importance pour notre onde électromagnétique-, toutefois si à $t = 0$ elles étaient nulles elle n'ont plus de raison de ne pas le rester), il est donc orthogonal à $\vec{E}$ (axe des y) et au sens de déplacement de l'onde (axe x).

$(\vec{\nabla} \wedge \vec{E})$ est donc un vecteur orthogonal à $\vec{E}$ (orienté suivant y) *et à la direction* dans laquelle $\vec{E}$ varie (x).

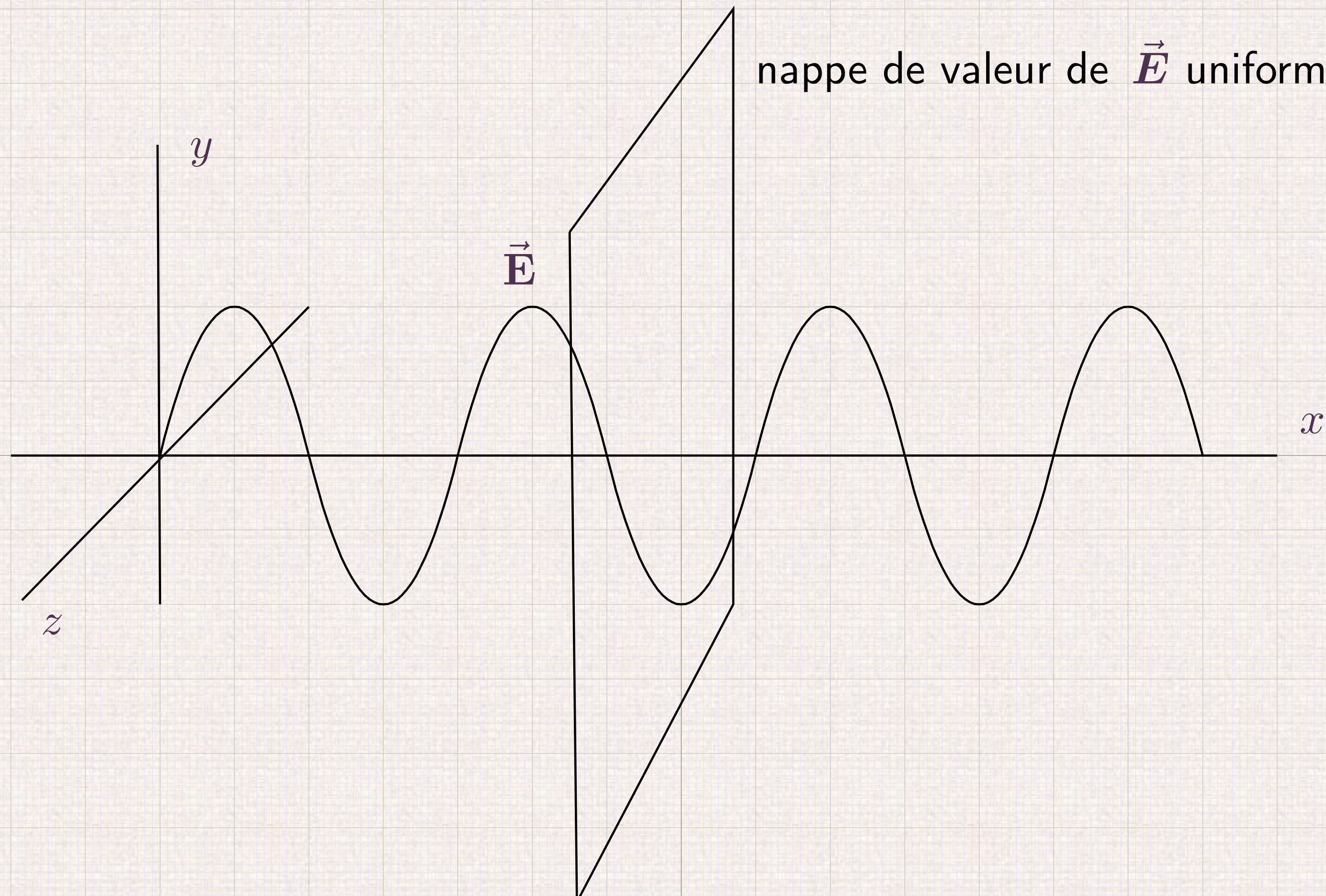
> **Attention** : il faut éviter de parler du déplacement du champ $\vec{E}$, ce qui n'a pas vraiment de sens physique : En chaque point de l'espace $\vec{E}$ se crée - est créé par la variation de $\vec{B}$- sont module augmente, puis diminue, varie... C'est cette variation qui se déplace tout comme la houle ne déplace pas d'eau dans son sens de propagation, mais fait osciller un volume d'eau dans le sens perpendiculaire. De même pour le champ $\vec{B}$.

Le même raisonnement appliqué au champ magnétique en considérant l'équation $\mathrm{rot}\,\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$ (dans notre cas où le courant j est nul) mène à la même conclusion pour le champ $\vec{B}$: les *variations* du champ électrique $\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$ se produisent dans la direction du vecteur rotationnel $(\vec{\nabla} \wedge \vec{B})$, c'est à dire dans une direction orthogonale à $\vec{B}$ *et à la direction* dans laquelle $\vec{B}$ varie.

2.3.3 Les champs magnétique et électrique sont ils en phase ?

On a envie de répondre « non, ils sont en quadrature de phase parce que ce sont les variations de l'un qui produisent l'autre et alors c'est bien connu c'est quand on passe par zéro que la variation est la plus grande, et bla bla bla... » ERREUR ! Ils sont en phase et nous allons le démontrer maintenant.

Pour répondre à la question, étudions le cas où le champ est une fonction sinusoïdale du temps :



La seule composante non nulle de $\vec{\boldsymbol{E}}$ est E_y

soit $E_y(0,t)=a\cos(\omega t)$

$E_y(x,t)=f_+(x-ct)=E_y\big(0,t-\frac{x}{c}\big)$ (la fonction E_y au point x a la valeur qu'elle avait au point $x=0$ au temps $t-\frac{x}{c}$)

c est la célérité, ici la vitesse de la lumière.

$E_y(x,t)=a\cos\big(\omega\big[t-\frac{x}{c}\big]\big)$ pour $x<\mathrm{ct}$

posons $k=\frac{\omega}{c}$ le vecteur d'onde.

$$\begin{aligned}E_y(x,t) &= a\cos\Big(\omega\Big[t-\frac{x}{c}\Big]\Big)\\ &= a\cos\Big(\omega t-\frac{\omega x}{c}\Big)\\ &= a\cos(\omega t-kx)\end{aligned}$$

La pulsation ω aussi appelée vitesse angulaire (en radians/seconde) est égale à $\omega=2\pi f$

f étant la fréquence (en Hertz)

La fréquence f est liée à la période temporelle T par la relation $f=\frac{1}{T}$

ce qui nous donne $\omega=\frac{2\pi}{T}$

$T=\frac{2\pi}{\omega}$ la période temporelle.

$k=\frac{\omega}{c}$ le vecteur d'onde. $\omega=kc$

$\lambda=\mathrm{cT}=\frac{2\pi}{k}$ c'est la « période spatiale » c'est à dire la longueur d'onde.

La période T est un temps, c'est la durée qui sépare les instants où le signal périodique se trouve dans des états identiques (même valeur et même sens de variation, par exemple deux maximums, deux minimums, ou dans le cas d'un signal sinusoïdal, deux passages par zéro dans le même sens).

$$\begin{aligned} E_y(x,t) &= a\cos\left(\omega\left[t-\frac{x}{c}\right]\right) \\ &= a\cos\left(\frac{2\pi}{T}\left[t-\frac{x}{c}\right]\right) \\ &= a\cos\left(2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\mathrm{cT}}\right]\right) \\ &= a\cos\left(2\pi\left[\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right]\right) \end{aligned}$$

$\vec{\boldsymbol{E}} = 0\vec{i} + a\cos(\omega t - kx)\vec{j} + 0\,\vec{k} = a\cos(\omega t - kx)\,\vec{j}$

$E_y = a\cos(\omega t - kx)$

Nous avons vu que la seule composante non nulle de $\vec{\boldsymbol{B}}$ est B_z telle que :

$-\frac{\partial}{\partial t}B_z\vec{k} = \frac{\partial}{\partial x}E_y\vec{k} \quad \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}B_z\vec{k} = -\frac{\partial}{\partial x}E_y\vec{k}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}B_z &= -\frac{\partial}{\partial x}E_y \\ &= -\frac{\partial}{\partial x}\left[a\cos(\omega t - kx)\right] \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= k \times -a \sin(\omega t - kx)\\
&= -a\,k \sin(\omega t - kx)
\end{aligned}
$$

intégrons par rapport au temps :

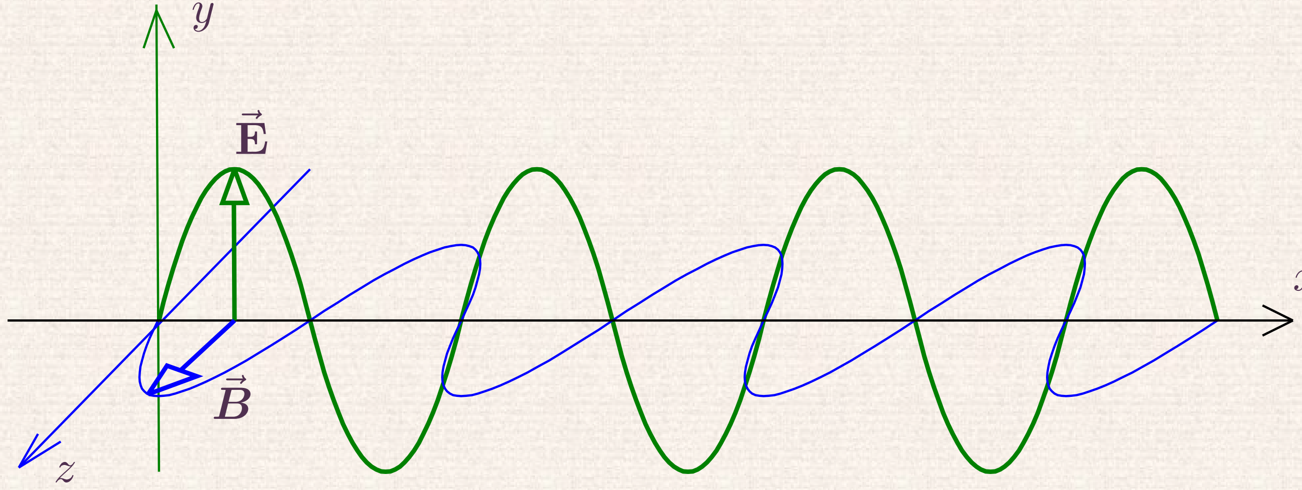
$$
\begin{aligned}
B_z &= \int_t -a\,k \sin(\omega t - kx)\,\partial t\\
&= -a\,k \int_t \sin(\omega t - kx)\,\partial t\\
&= -a\,k\left[-\frac{1}{\omega}\cos(\omega t - kx)\right]\\
&= \frac{a\,k}{\omega}\cos(\omega t - kx)
\end{aligned}
$$

Nous voyons que les composantes $E_y(x,t) = a\cos(\omega t - kx)$ et $B_z = \frac{a\,k}{\omega}\cos(\omega t - kx)$ sont en phase (même terme dans le cosinus).

$$
\begin{aligned}
\frac{B_z}{E_y} &= \frac{\frac{a\,k}{\omega}\cos(\omega t - kx)}{a\cos(\omega t - kx)}\\
&= \frac{a\,k\cos(\omega t - kx)}{a\omega\cos(\omega t - kx)}\\
&= \frac{k}{\omega}
\end{aligned}
$$

$$= \frac{k}{kc}$$

$$\frac{B_z}{E_y} = \frac{1}{c} \tag{6}$$



2.3.4 Calcul de la relation entre $\vec{E}$ et $\vec{B}$ par les nombres complexes

Je suis électronicien. En électronique nous avons l'habitude de traiter les signaux, les impédances et les déphasages en utilisant les nombres complexes. J'en ai abondamment parlé sur ce site dans les pages dédiée aux mathématiques. Je vous y renvoie le cas échéant. Nous allons donc recalculer la relation entre le champ électrique et le champ magnétique dans le cas de l'onde plane par les complexes.

Rappel : nombre complexe $c = a + ib$ avec i : imaginaire pur, tel que $i^2 = -1$

soit $E_y = \mathbf{R}e\,[E_0\, e^{i\omega(t-x/c)}]$, ou, par abus de notation (en omettant de noter « $\mathbf{R}e$ » qui signifie « partie réelle de »):

$$\begin{aligned} E_y &= E_0\, e^{i\omega(t-x/c)} \\ B_z &= B_0\, e^{i\omega(t-x/c)} \end{aligned}$$

calculons les dérivées :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial t} &= i\omega E_0\, e^{i\omega(t-x/c)} = i\omega E_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -i\frac{\omega}{c}E_y \end{aligned}$$

facile non ? même chose pour le champ $\vec{B}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_z}{\partial t} &= i\omega B_z \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} &= -i\frac{\omega}{c}B_z \end{aligned}$$

en utilisant (5) -> $\boxed{\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad = \quad -\frac{\partial E_y}{\partial x}}$ il vient :

$$\begin{aligned} i\omega B_z &= i\frac{\omega}{c}E_y \\ \frac{B_z}{E_y} &= \frac{1}{c} \end{aligned}$$

Nous obtenons le même résultat qu'en (6) au terme d'un calcul beaucoup plus simple.

En conclusion :

Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ varient. Les variations de $\vec{E}$ créent le champ $\vec{B}$ et les variations de $\vec{B}$ créent le champ $\vec{E}$. Ces variations des champs électriques et magnétiques se propagent dans l'espace à la vitesse c qui est la vitesse de la lumière. Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont orthogonaux entre eux **et** à la direction de propagation (on dit que les ondes électromagnétiques planes progressives dans le vide sont transversales). Cette variation conjointe des champs électrique et magnétique s'appelle une onde électromagnétique.

Sa forme (dans le temps) et sa fréquence (et partant sa longueur d'onde dans l'espace qui est liée à sa fréquence et à la vitesse de déplacement $\lambda = \frac{c}{\nu}$) peuvent être quelconques, couvrant des phénomènes bien connus dans une très très large gamme de fréquences qui s'étend continûment.

par ordre de fréquences croissantes citons :

- ...ondes radio (BF, HF, GO, PO, OC, VHF, UHF, SHF, EHF, micro-ondes...)

- lumière (IR, visible, UVA, UVB...)
- rayons X
- rayons gamma...

2.3.5 Une petite question naïve :

- Ces deux champs électrique et magnétique qui interagissent entre eux cela fait penser à ce qui se passe dans un circuit oscillant LC : le courant qui passe dans la self charge le condensateur qui ensuite se décharge à travers le self et ainsi de suite... Et alors la tension aux bornes du condensateur est en quadrature de phase avec le courant parce que c'est à l'instant où le condensateur est totalement déchargé que le courant est le plus fort, entretenu par la self-induction. Mais ici le champ magnétique et le champ électrique sont en phase.

- En effet, c'est toute la différence et la limite de la comparaison, les phénomènes ne sont pas identiques.

- ça je l'ai bien compris, mais...

- mais quoi ?

- mais dans le cas du circuit LC, ce qui recharge le condensateur en sens inverse, à l'instant ou sa tension s'annule, c'est le courant dans le circuit qui, lui, n'est justement pas nul à cet instant. Mais dans le cas de cette onde électromagnétique, vous nous dites que les champs sont en phase, c'est à dire qu'ils s'annulent précisément tous les deux en même temps, c'est bien ça ?

- oui, en effet.

- mais alors, à cet instant précis où tout est nul, E=0 et B=0, pourquoi tout ne s'arrête-il pas définitivement ? Où et comment est stockée l'information qui permet à l'oscillation suivante de se produire ?

- Mais c'est très simple, ça fera l'objet d'un article. Déjà remarquons que les variations de $\vec{E}$ ne créent pas directement $\vec{B}$ mais créent les variations de $\vec{B}$ et vice versa. Et lorsque les champs sont nuls, leurs variations ne le sont pas. Ensuite si l'on reprend les équations de Maxwell, les variations d'un champ dans le temps créent des variations de l'autre champ dans l'espace.

à suivre...