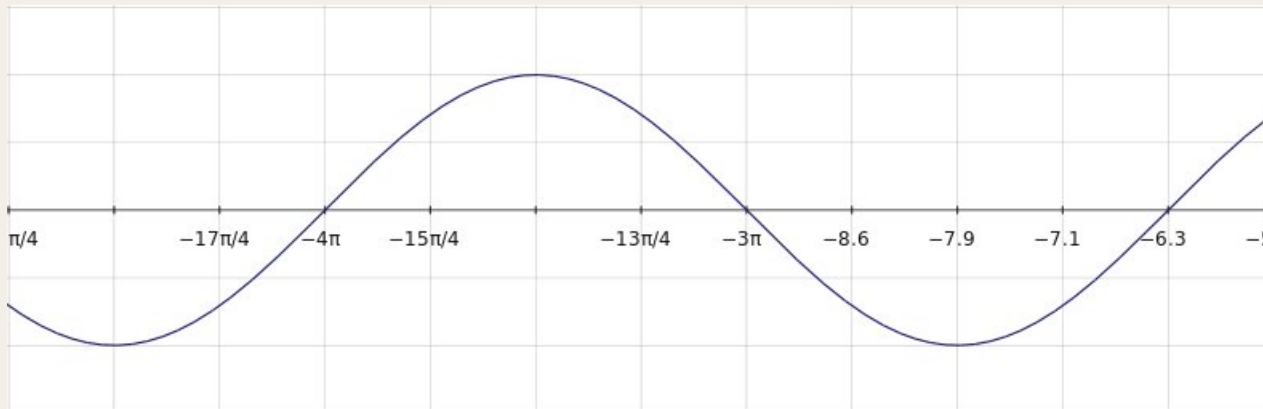


# Développement en série de Fourier

## Approche graphique

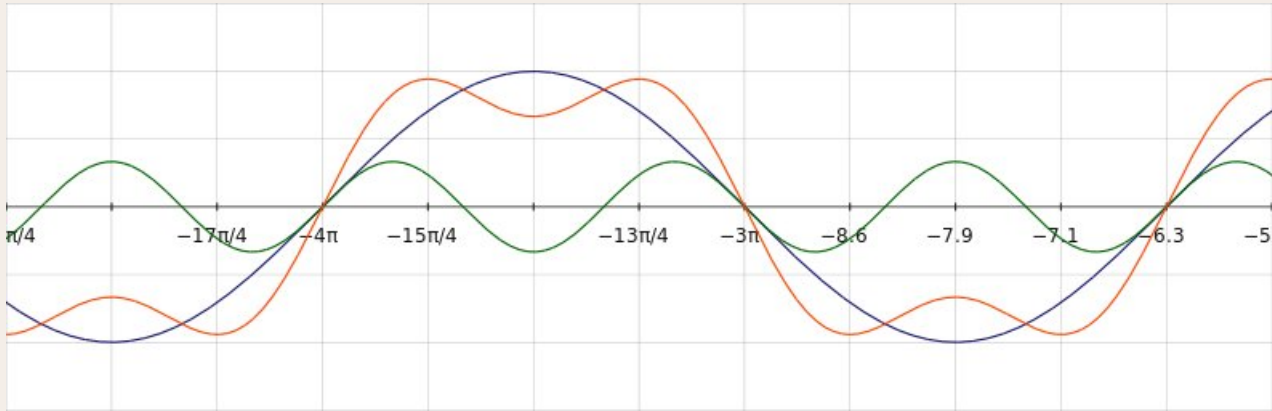
Le développement d'une fonction périodique en série de Fourier est d'une grande importance en théorie du signal et en radioélectricité ou en acoustique, elle permet de comprendre ce que sont les fréquences harmoniques.

### 1 Comment créer une fonction rectangulaire avec des sinusoides :

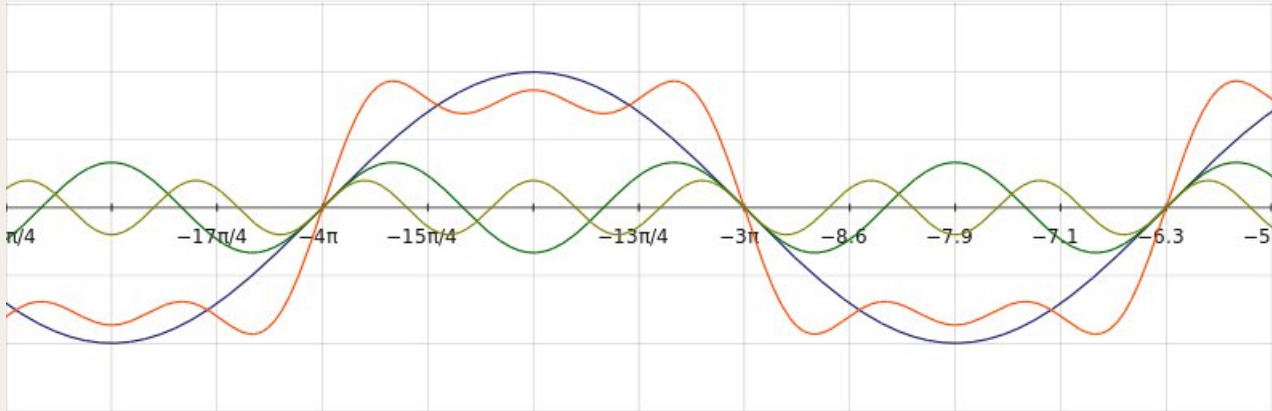


Soit la fonction sinusoidale:

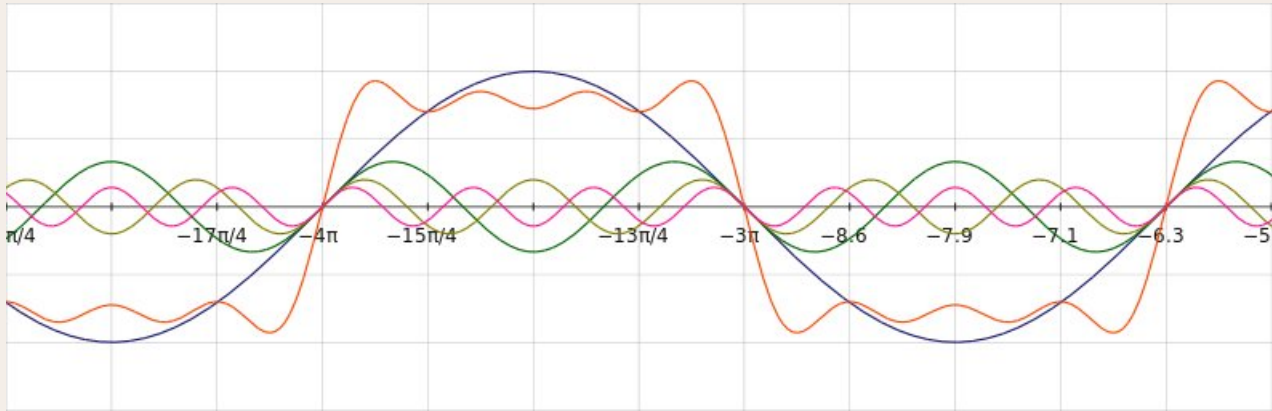
$$f(x) = \sin(x)$$



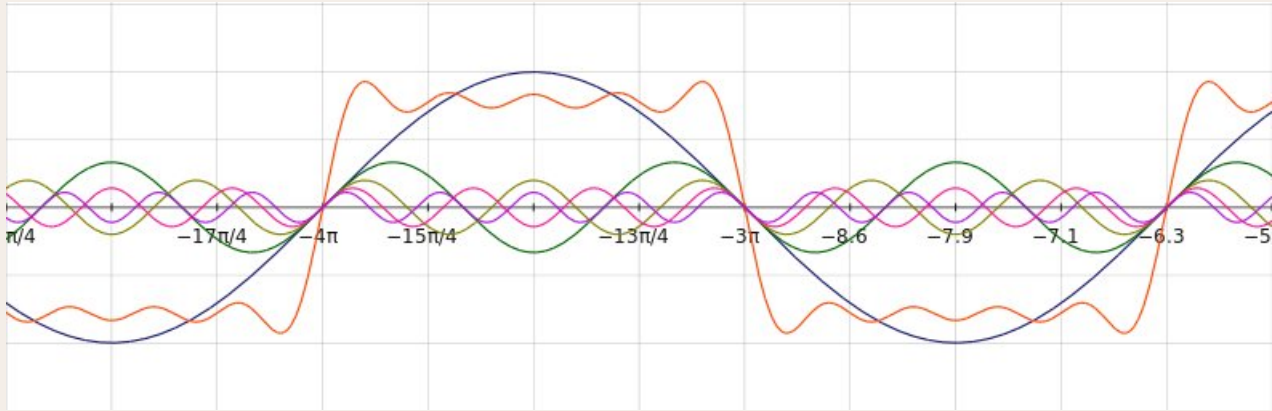
Ajoutons-lui la fonction  
 $g(x) = (1/3) \sin(3x)$



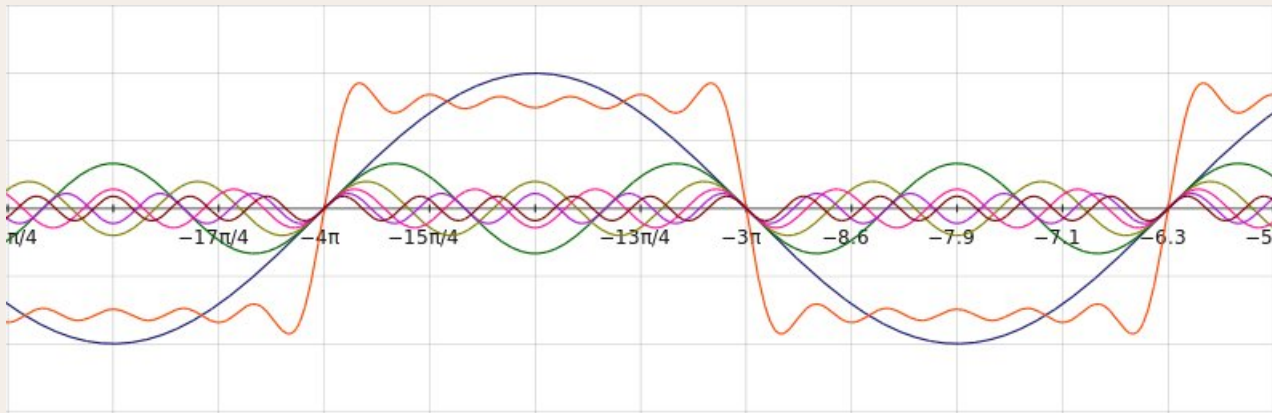
Ajoutons-lui la fonction  
 $g(x) = (1/5) \sin(5x)$



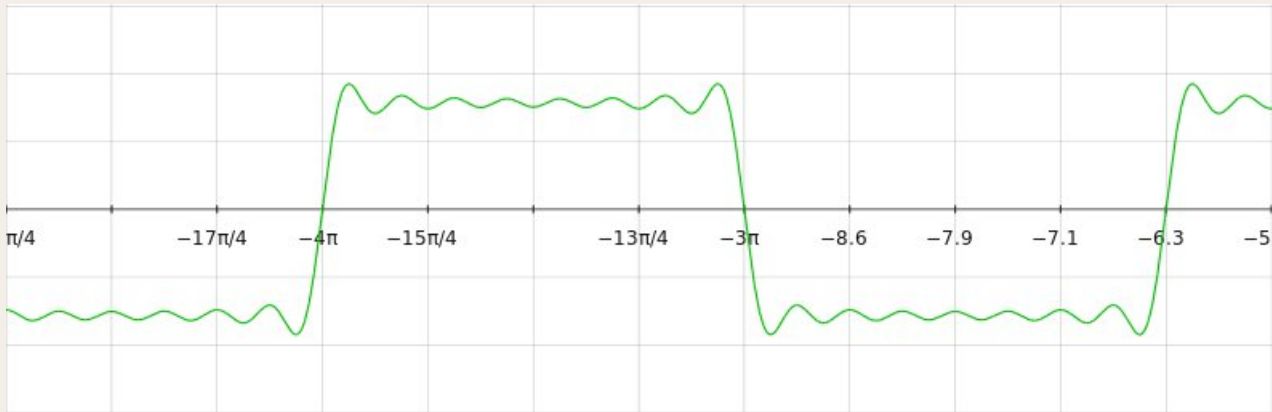
Ajoutons-lui la fonction  
 $g(x) = (1/7) \sin(7x)$



Ajoutons-lui la fonction  
 $g(x) = (1/9) \sin(9x)$



Ajoutons-lui la fonction  
 $g(x) = (1/11) \sin(11x)$



*etc...*

La courbe obtenue s'éloigne de plus en plus de la sinusoïde pour se rapprocher d'un rectangle dont les fronts de montée et de descente sont de plus en plus raides. Si nous ajoutons des sinusoïdes suivant cette progression, en nombre infini, nous obtenons effectivement une fonction rectangulaire.

Les petites pointes qui subsistent de part et d'autre de la discontinuité constituent « Phénomène de Gibbs » que nous ne traiterons pas ici et maintenant.

## 2 Généralisation :

On peut obtenir n'importe quelle fonction périodique (rectangle, dent de scie, triangle, etc...) en choisissant judicieusement les coefficients pour les amplitudes et les fréquences.

Réciproquement on peut décomposer n'importe quelle fonction périodique en une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples de celle de la fonction de départ, cette ensemble de fonctions formant ce qu'on appelle *un développement en série de Fourier*.

Toutefois la fonction de départ doit satisfaire à certaines conditions dites **conditions de Dirichlet** (fonction définie, périodique, continue ou comprenant un nombre fini de discontinuités).

Dans les prochains articles nous allons voir de quelle manière on peut calculer les coefficients, connaissant la fonction à obtenir. En clair, il va y avoir des maths ! Beaucoup de maths !! Et avec de jolies équations au graphisme très esthétique. Et des surprises... Bon je ne vais pas non plus vous raconter la fin du film tout de suite !